

Олимпиадная работа  
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников  
по математике

учащейся 11 класса

муниципального автономного общеобразовательного учреждения  
«Центр образования №1 «Академия знаний имени Н.П. Шевченко»  
Старооскольского городского округа Белгородской области

Поповой Эмилии Андреевны

Педагог-наставник:  
учитель математики  
МАОУ «Центр образования №1  
«Академия знаний имени Н.П. Шевченко»  
Комаренко Екатерина Анатольевна

11.1  
Найдём такие случаи, при которых соблюдается условие: 7 человек ответили "да", 7 человек ответили "нет" и при этом в 7 конвертах из 14 было открыто.  
Можно открыть.

1. Если все рыцари отвечают "да", а все лжецы "нет", то выходит, что открыто было 14.  $\Rightarrow$  такого случая не могло быть.
  2. Если все рыцари отвечают "нет", а все лжецы "да", то выходит, что открыто не было ничего  $\Rightarrow$  такого случая не существует.
  3. Пусть хотя бы один из рыцарей и лжецов даёт ответ, противоположный своему ответу его группы (у лжеца - лжеца, у рыцаря - рыцаря).
- 6 рыцарей - "да"  
1 рыцарь - "нет"  
6 лжецов - "нет"  
1 лжец - "да"
- 7 человек ответили "да", 7 человек ответили "нет" и оказалось 7 открыто по их словам  $\Rightarrow$  такой случай может произойти.

Ответ: да, могло так оказаться.

11.2  
Чтобы доказать, найдём такой пример, при котором соблюдается все условия

$$S_{a_1+a_2+a_3} = \frac{a_1 + a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + 2d}{2} \cdot 3 = 3(a_1 + d)$$

Пусть  $p$  - среднее арифмет.  $a_1 + a_2 + a_3$

$$p = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} = \frac{a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d}{3} = \frac{3(a_1 + d)}{3} = a_1 + d$$

$d = bc$ ,  $c$  - натуральное число

Пусть  $a_1 = 11$ ,  $c = 1$ . Тогда  $a_2 = 11 + b \cdot 1 = 17$ ,  $a_3 = 11 + 2 \cdot b \cdot 1 = 23$

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} = a_1 + d$$

$$\frac{11 + 17 + 23}{3} = 17$$

17 = 17

Тогда

11.3  
При построении треугольников таким образом, что они образуют 18-звенную замкнутую ломаную означает, а их вершины совпадают (каждый в одной точке), означает, что у каждого двух соседствующих треугольников должна быть одна общая боковая сторона.

Т.к. не существует треугольника со сторонами 1, 2 и 3, то сторона  $x > 1$  и сторона  $y > 1$ . При этом  $\Delta$  будет равнобедренным только в том случае, если его боковые стороны равны. Тогда  $x > 2$  и  $y > 2$ .

Т.к. у одного из  $\Delta$  сторона равна 25 ( $x$ ), то  $y < 25 + 2$ ,  $25 < y + 2 \Rightarrow y < 27$  или  $y = 24$  или  $y = 25$  (берутся только целые значения по условию).

Возьмём  $y = 24$ .

Пусть  $P_{18\Delta} = a$

$$P_{\Delta_{25,25}} = 25 + 24 + 2 = 51.$$

$$P_{18\Delta} = a - 51$$

У каждого из  $\Delta$  одна сторона равна 2. Их сумма  $18 \cdot 2 = 26$ .  
Найдём периметр  $18\Delta$  без сторон, равных двум:

$$S = a - 51 - 26 = a - 77.$$

Данная сумма  $S$  должна делиться на 36 (т.к. сумма складывается



из 36 сторон  $18\Delta$ )  
 Возьмём  $a=808$ . Тогда  $S=725$ . Поделим  $S$  на 36. Получается  $2 \frac{35}{36}$ .  
 Т.к. данное значение больше среднего арифметического, то были числа, значение которых меньше среднего арифметического. Это могли быть только 1 или 2 (ведь больше не получается целочисленным), что не соответствует условию  $x \geq 2$  и  $y \geq 2 \Rightarrow$  сумма  $P_{36}$  должна быть больше 808. Ч.т.р.

Н.ч. Т.к. 28-угольник является правильным, одна из вершин лежит на  $T(1;0)$ , то 4 вершины будут лежать на осях  $OX$  или  $OY$ , а остальные 8 четвертей, причём на каждую четверть приходится в точках.

Игроку 1 выгодно закрашивать точки, находящиеся близко к координатам  $(0;1)$  и  $(0;-1)$ . Игроку 2 выгодно закрашивать точки, находящиеся близко к координатам  $(-1;0)$  и  $(1;0)$ .

Т.к. они играют по деловому ходу по очереди, то каждый закрасит 14 точек. Каждая из точек второму либо игроку 1, либо игроку 2.  
 Ходы могут быть следующими:

1. Все закрашенные точки второму игроку 1 второму ему; все закраш. точки игрока 2 второму ему.
2. Все закраш. точки игрока 1 второму ему; все закраш. точки игрока 2 не-второму ему
3. Часть точек игрока 1 второму ему, а другая - нет; часть точек игрока 2 второму ему, другая - нет.

При этом каждая из 28 точек второму только одному игроку.  
 Из-за равной количества очков  $S_1$  и  $S_2$  всегда будут одинаковыми две заданности от второго игроку, т.к. на каждой из точек на 28 точек приходится 8 модулей.

65 (решение верно, все верно основательно, учитывая выигрыш II игрока)

Ответ: н.з.в.

Н.ч.  
 Возьмём числа 131, 137 и 143, которые являются, соответственно,  $a_1, a_2$  и  $a_3$ .

$$\left. \begin{aligned} a_2 &= a_1 + d \\ a_3 &= a_1 + 2d \end{aligned} \right\} \Rightarrow d=6. \text{ 6 делится на 6.}$$

$$\left. \begin{aligned} 137 &= 131 + d \\ 143 &= 131 + 2d \end{aligned} \right\}$$

Т.к. это 3 последовательных числа, различающихся на одинаковое число, то среднее арифметическое будет равно среднему  $\Rightarrow$  ср. ар.  $= 137$ . 137 является простым.

Таким образом, они образуют арифмет. прогрессию, разность которой равна 6, а их среднее арифметическое является простым числом. Ч.т.р.

N	баллы	ФИО, подпись
1	0	Мамонтова О.В.
2	1	Мамонтова О.В.
3	7	Мамонтова О.В.
4	6	Серебренников А.И.
5	X	Серебренников А.И.
итого	14	